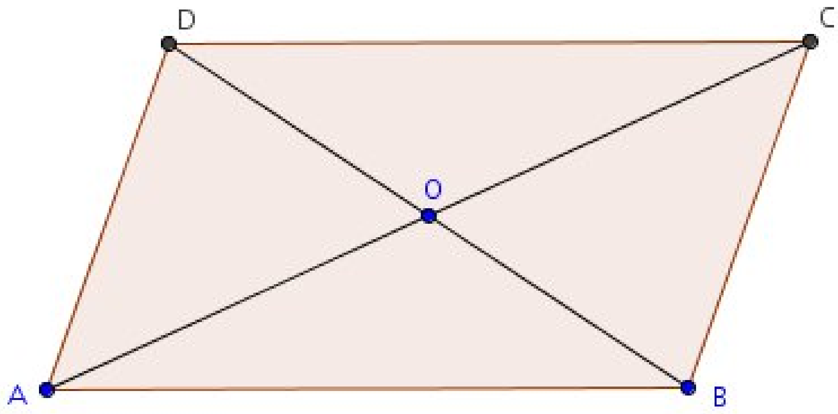
Exercice 1

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O.
Donner l'ensemble des égalités vectorielles possibles sur cette figure.

Illustration



Exercice 2

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O. Les points M, N, P et Q sont tels que :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} \qquad \overrightarrow{BN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC} \qquad \overrightarrow{CP} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CD} \qquad \overrightarrow{DQ} = \frac{3}{2}\overrightarrow{DA}$$

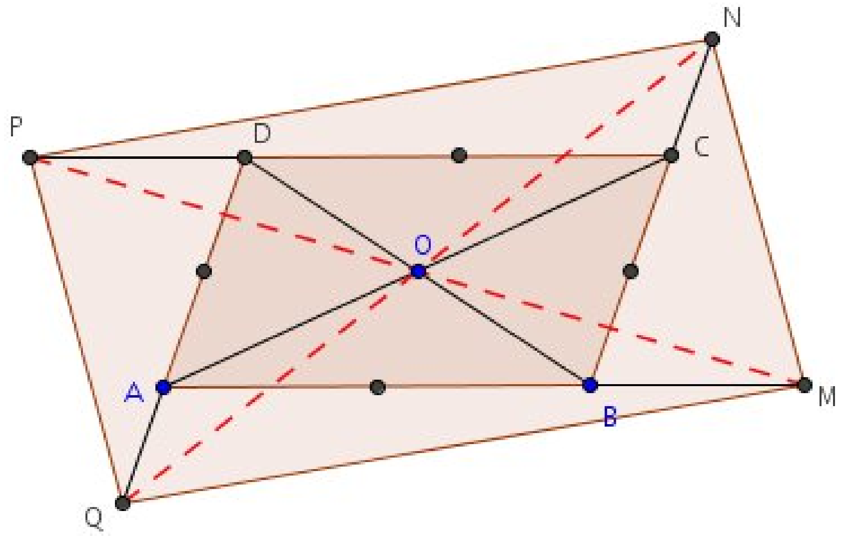
1) **a)** Démontrez que $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{DP}$.

b) Déduisez-en que O est le milieu de $[MP]$.

2) Démontrez de même que O est milieu de $[QN]$.

3) Déduisez des questions précédentes la nature du quadrilatère $MNPQ$.

Illustration

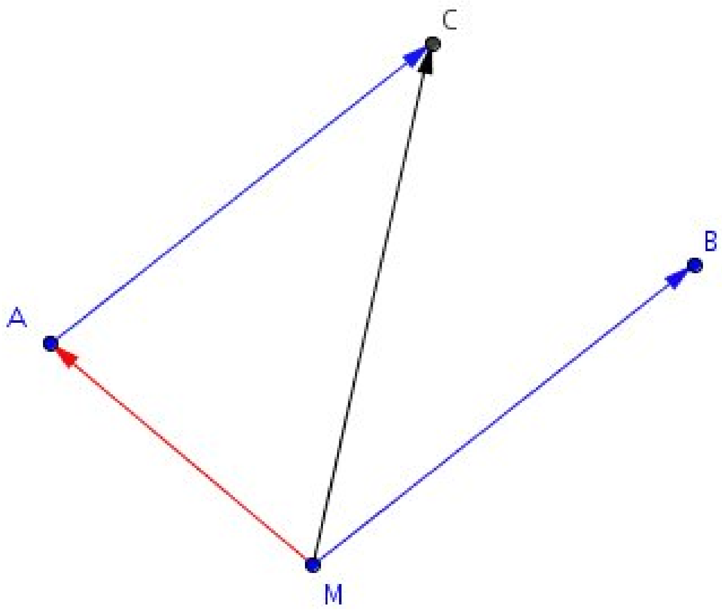


Exercice 3

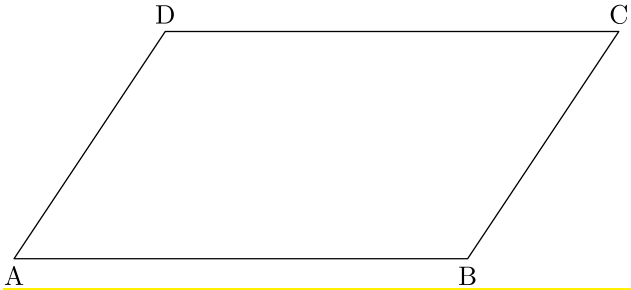
A et B sont deux points distincts du plan.
On définit le point M par la relation vectorielle : $3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{0}$.

Exprimez $\overrightarrow{AM}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$. Placer M.

Illustration



Exercice 4



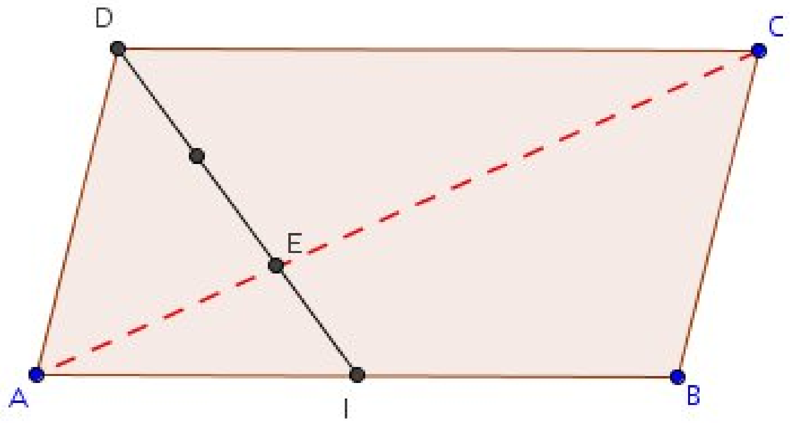
$ABCD$ est un parallélogramme.
I est le milieu de $[AB]$.
E est le point tel que $\overrightarrow{DE} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{DI}$.

1) Compléter la figure suivante.

2) Déterminer les coordonnées des points de la figure dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$.

3) Les points A, E et C sont-ils alignés ?

Illustration



Exercice 5

ABC est un triangle et I est le milieu du segment $[AC]$.
O est un point quelconque.

1) On se propose de construire le point P tel que :

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} - 2\overrightarrow{OB}.$$

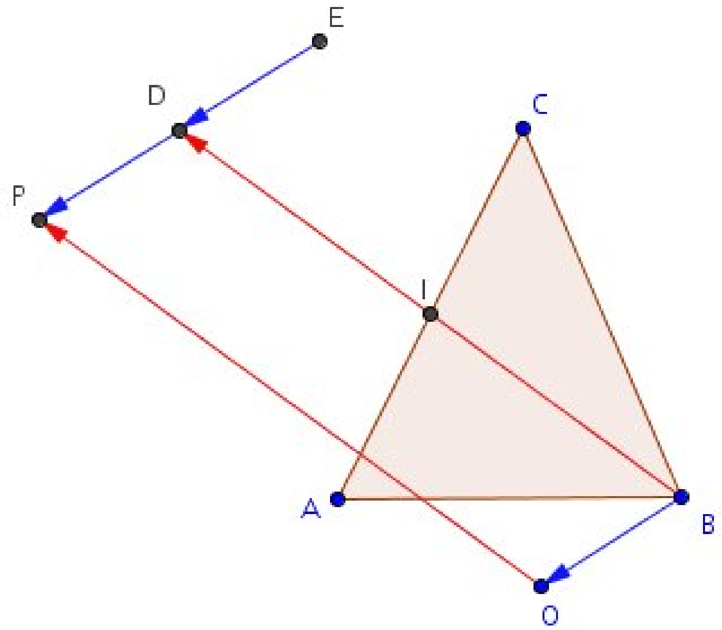
a) Justifier que $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OI}$.

b) Quelle relation lie alors $\overrightarrow{OP}$ et $\overrightarrow{IB}$?

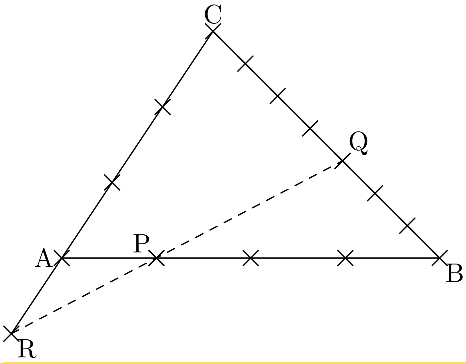
c) Construire P.

2) En déduire que (BI) et (OP) sont parallèles.

Illustration

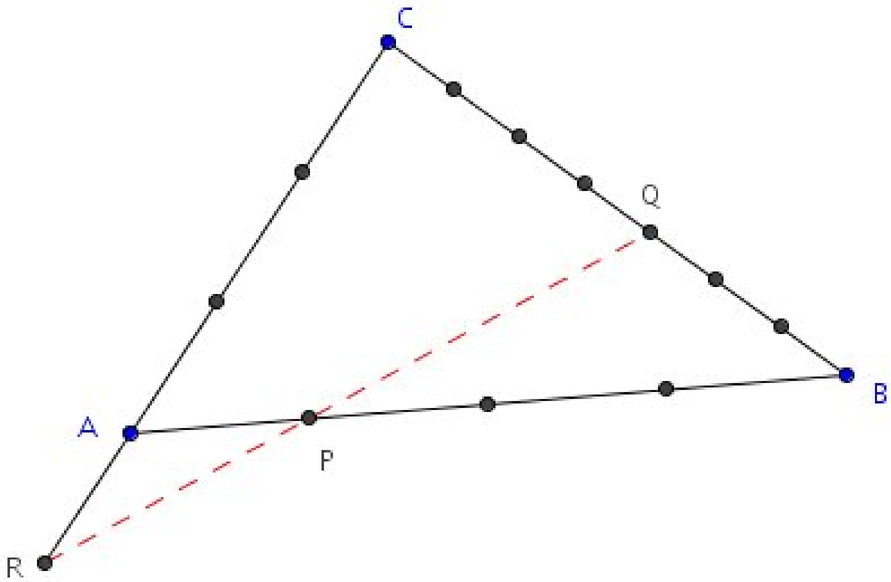


Exercice 6

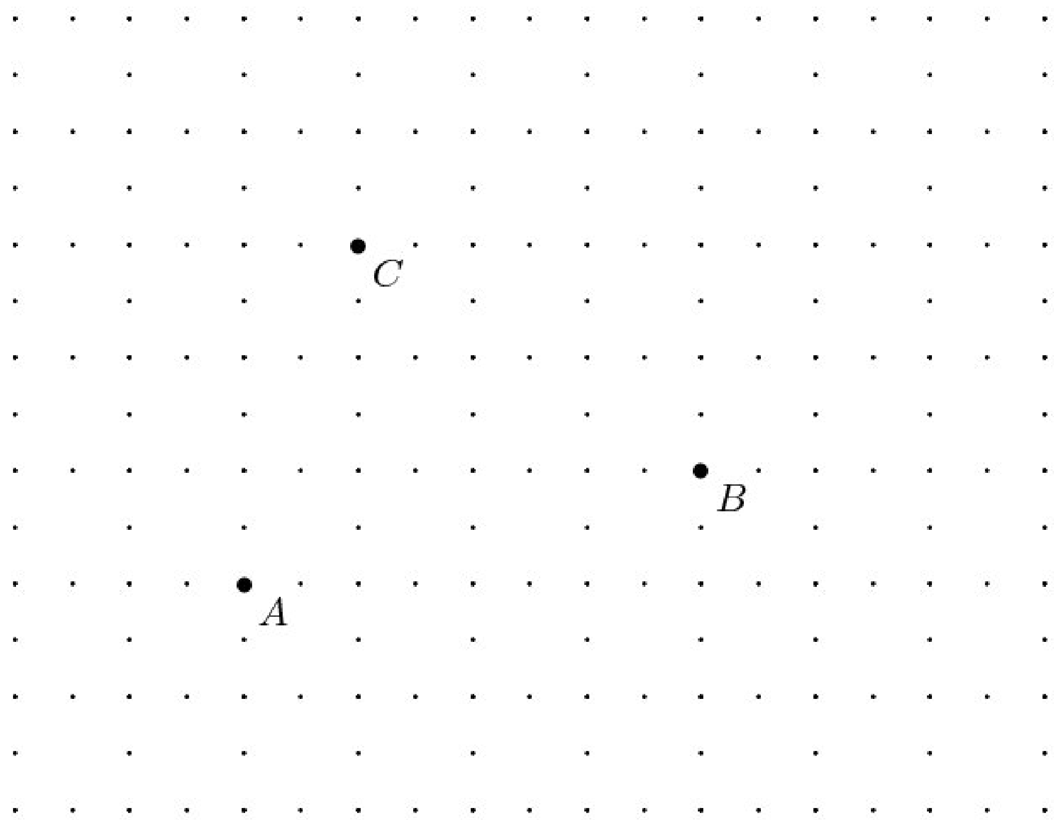


Les points P, Q et R sont-ils alignés ?

Illustration



Exercice 7

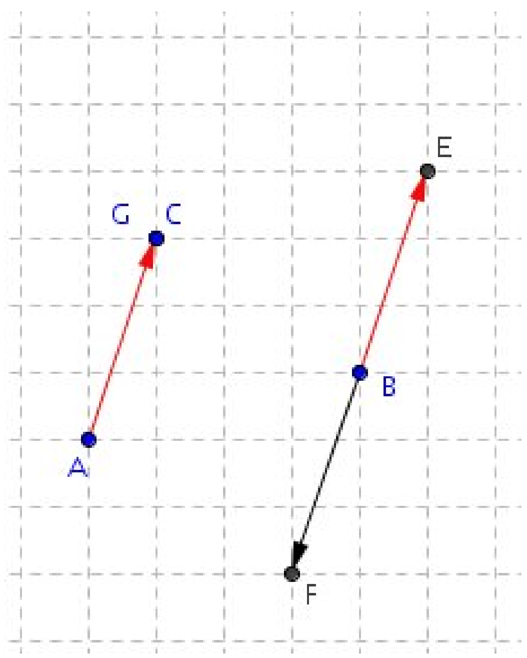


1) Placer le point E tel que $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AC}$.

2) Placer le point F tel que $\overrightarrow{BF} = -\overrightarrow{AC}$.

3) Placer le point G tel que $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}$.

Illustration



Exercice 8

Démontrer que les points A et D sont confondus sachant que :

$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}.$$

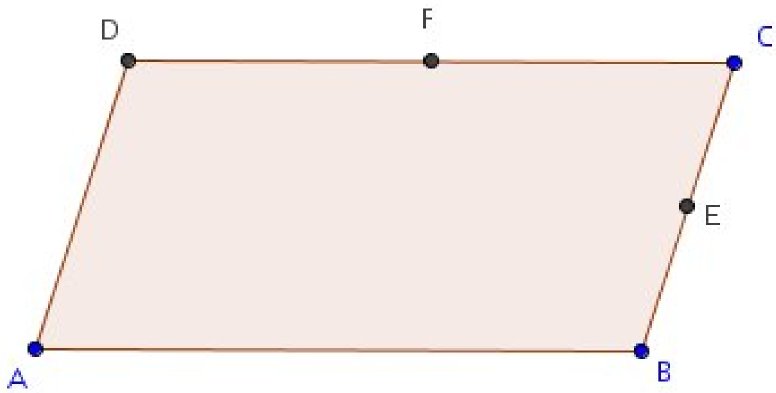
Exercice 9

Soit $ABCD$ un parallélogramme.
Soit E le milieu de $[BC]$ et F le milieu de $[DC]$.

1) Montrer que $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$.

2) Montrer que $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = \dfrac{3}{2}\,\overrightarrow{AC}$.

Illustration



Exercice 10

Dans chacun des cas suivants, démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires :

1) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{BD}$.

2) $2\overrightarrow{CB}-9\overrightarrow{CA}-7\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{0}$.

3) $7\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{CB}+5\overrightarrow{AD}+2\overrightarrow{CA}$.

Exercice 11

On considère un triangle ABC et les points I et J tels que : $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AJ} = 3\overrightarrow{AC}$.

1) Montrer, à l'aide de la relation de Chasles que $\overrightarrow{BJ} = 3\overrightarrow{IC}$.
Que peut-on en déduire pour les droites (BJ) et (IC) ?

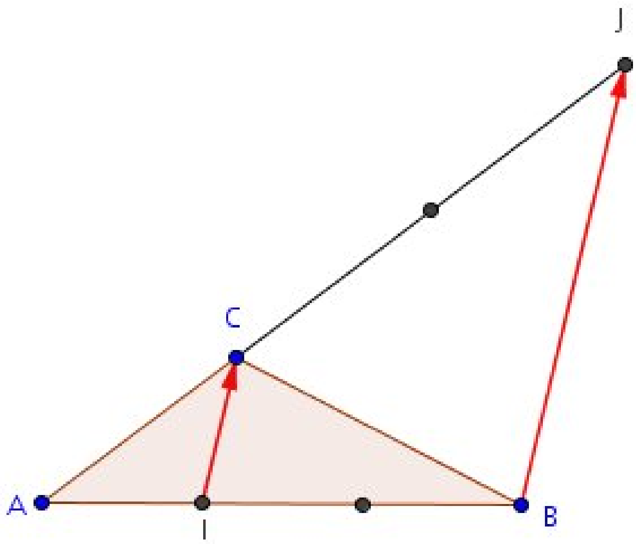
2) On se place dans le repère $(A\ ;\ \overrightarrow{AB}\ ,\ \overrightarrow{AC})$.

a) Déterminer les coordonnées de l'ensemble des points.

b) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{BJ}$ et $\overrightarrow{IC}$.

c) Retrouver les résultats de la question 1).

Illustration



Exercice 12

Les vecteurs $\overrightarrow{u}\left(\sqrt{2}\ ;\ 1-\sqrt{3}\right)$ et $\overrightarrow{v}\left(1+\sqrt{3}\ ;\ -\sqrt{2}\right)$ sont-ils colinéaires ?

Exercice 13

Soit ABC un triangle et le point M tel que :

$$\overrightarrow{BM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}.$$

1) Faire une figure avec : $AB = 45\ mm$, $BC = 60\ mm$ et $AC = 75\ mm$.

2) Construire le point M. Démontrer que :

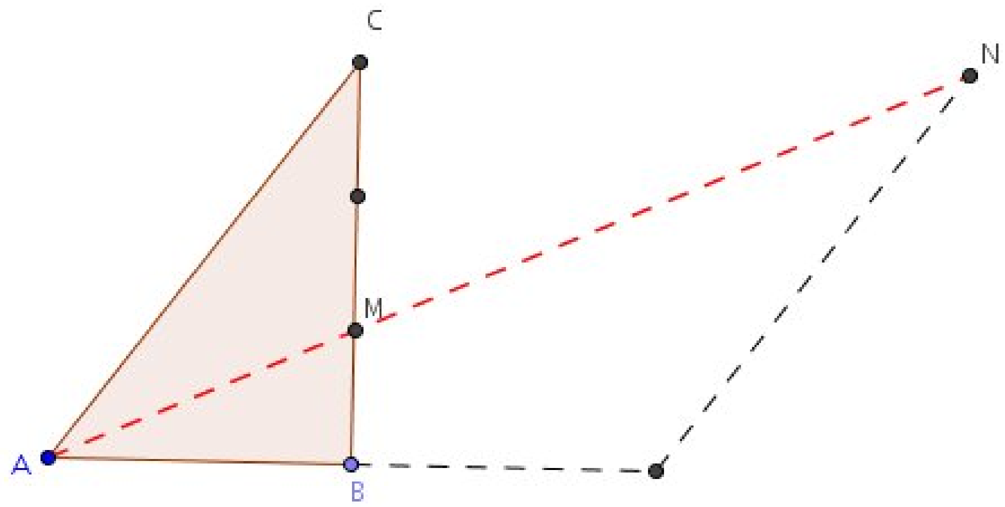
$$\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}.$$

3) Placer le point N tel que :

$$\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}.$$

4) Démontrer que les points A, M et N sont alignés.

Illustration



Exercice 14

Recopier les égalités suivantes obtenues par relation de Chasles et les compléter par des noms de points :

$\overrightarrow{\cdots E} + \overrightarrow{E \cdots} = \overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{A \cdots} + \overrightarrow{B \cdots} = \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{O \cdots} + \overrightarrow{M \cdots} = \overrightarrow{\cdots P}$

$\overrightarrow{A \cdots} + \overrightarrow{D \cdots} + \overrightarrow{M \cdots} = \overrightarrow{AG}$

Exercice 15

A et B sont deux points distincts.
On cherche à construire le point M tel que :

$$3\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{0}.$$

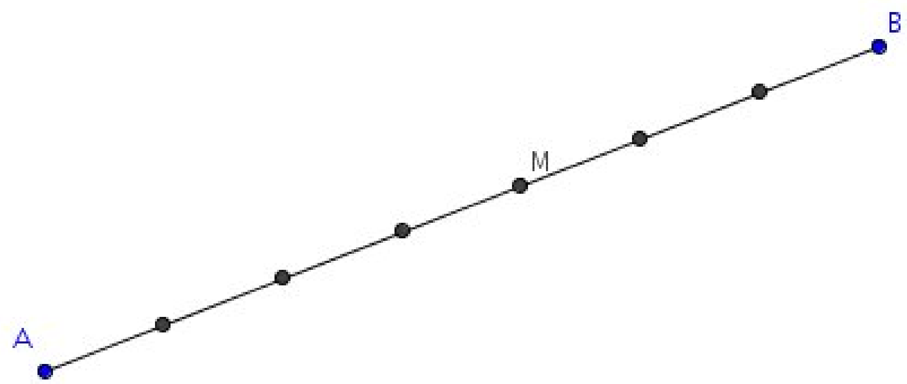
1) Les vecteurs $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$ sont-ils colinéaires ? Ont-ils le même sens ? Ont-ils la même norme ?

2) En utilisant la relation de Chasles, montrer que l'on a l'égalité :

$$7\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{0}.$$

3) En déduire $\overrightarrow{AM}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$. Construire le point M.

Illustration



Exercice 16

ABC est un triangle quelconque. A', B' et C' sont les milieux respectifs de $[BC]$, $CA]$ et $[AB]$.

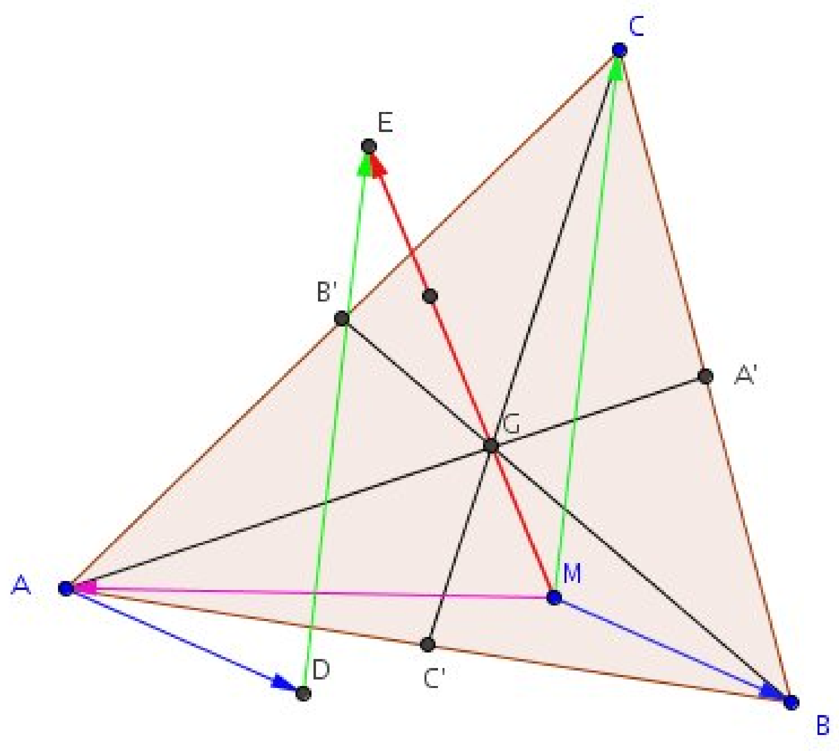
1) Calculer la somme : $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}$.

2) M est un point quelconque du plan. Montrer que :

$$\overrightarrow{MA'} + \overrightarrow{MB'} + \overrightarrow{MC'} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}.$$

3) G est le centre de gravité du triangle ABC. Calculer la somme $\overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'}$. Que peut-on en déduire ?

Illustration



Exercice 17

Démontrer que les points B et D sont confondus sachant que :

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{CD}.$$

Exercice 18

Soit ABC un triangle.

1) Construire les points M, N et P tels que :

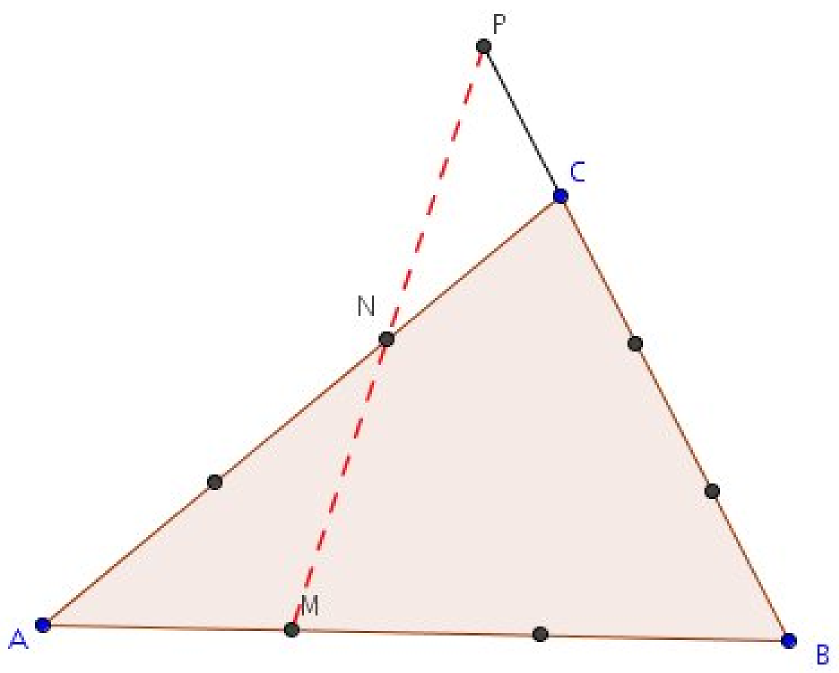
$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \quad \overrightarrow{CN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}, \quad \overrightarrow{CP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}.$$

2) Montrer que $\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. On détaillera soigneusement les calculs.

3) Montrer que $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MN}$. On détaillera soigneusement les calculs.
Que peut-on en conclure ?

4) Retrouver ce résultat, sans les vecteurs, en utilisant les propriétés de géométrie plane.

Illustration



Exercice 19

$ABCD$ est un parallélogramme.

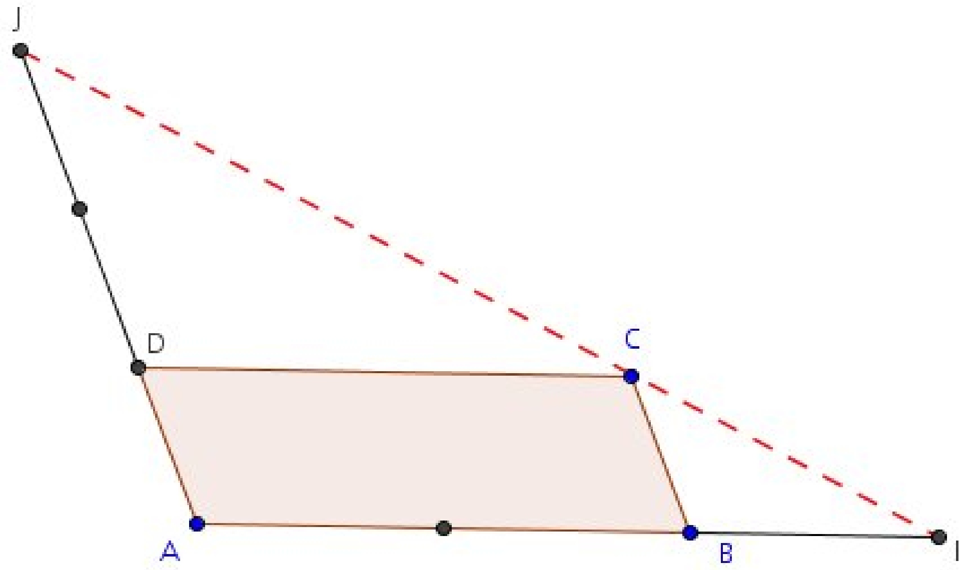
1) Placer les points I et J tels que $\overrightarrow{BI} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{AJ} = 3\overrightarrow{AD}$.

2) Exprimer $\overrightarrow{IJ}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.

3) Exprimer $\overrightarrow{IC}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.

4) Montrer que les points I, J et C sont alignés.

Illustration



Exercice 20

Soient A, B, C et D, quatre points quelconques du plan.

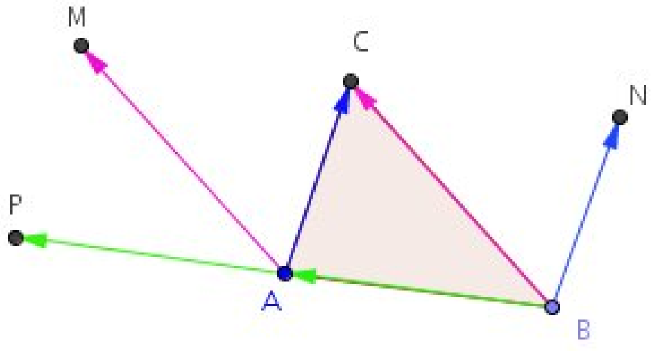
Montrer que : $3\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} - 2\overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{BC}$.

Exercice 21

Soit ABC un triangle tel que : $AB = 4\ cm$, $AC = 3\ cm$ et $BC = 4,5\ cm$.

Construire les points M, N et P tels que :
$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$
$\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$
$\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}$

Illustration



Exercice 22

1) Les vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 1+\sqrt{3} \\ \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \\ \sqrt{3}-1 \end{pmatrix}$ sont-ils colinéaires ?

2) Déterminer m tel que les vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 2 \\ \\ m \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} 5 \\ \\ -1 \end{pmatrix}$ soient colinéaires.

Exercice 23

Démontrer que les points A et D sont confondus sachant que :

$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}$$

Exercice 24

Dans un repère $(O\ ;\ \vec{i}, \vec{j})$, on donne :
$E(3\ ;\ -1)$ $\quad F(7\ ;\ -7)$ $\quad G(5\ ;\ -4)$.

Déterminer si les trois points E, F et G sont alignés.

Exercice 25

Dans un repère $(O\ ;\ \vec{i}\,,\ \vec{j}\,)$, on donne :
$A(2\ ;\ -3)$ $B(0\ ;\ -3)$ $C(-3\ ;\ 0)$.

1) Déterminer par le calcul les coordonnées du point E tel que $\overrightarrow{CE} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

2) Que peut-on dire des droites (CE) et (AB) ? Justifier.

3) Donner les équations de (CE) et (AB).

Exercice 26

Dans un repère $(O\,;\,\vec{i}, \vec{j})$, on donne :
$R(-1\,;\,2)$ $S(2\,;\,1)$ $T(0\,;\,3)$.

1) Faire une figure que l'on complétera par la suite.

2) Déterminer une équation de la droite (RS). Tracer cette droite.

3) Déterminer une équation de la droite (d) parallèle à la droite (Δ) d'équation $3x + 4y = 5$ passant par T.

4) Donner un vecteur directeur de (d). Tracer cette droite.

5) Le point S est-il sur (d) ? Justifier par un calcul.

6) **a)** Résoudre le système $\begin{cases} 3x + 4y = 12 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$.

b) Interpréter graphiquement ce système.

Exercice 27

Dans un repère $(O\ ;\ \vec{i}\,,\ \vec{j}\,)$, on donne : $K(-3\ ;\ 5)$ et $L(4\ ;\ 2)$.
Déterminer l'abscisse du point M d'ordonnée -2 tel que K, L et M soient alignés.

Exercice 28

Soit un triangle ABC.
I est le milieu de $[AC]$. On considère les points D et E, images respectives des points B et I par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

1) Montrer que $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{AB}$.

2) Montrer que $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}$.

3) Que peut-on dire des points C, D et E ?

Exercice 29

Recopier les égalités suivantes obtenues par relation de Chasles et les compléter par des noms de points :

$\overrightarrow{\cdots E} + \overrightarrow{E \cdots} = \overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{A \cdots} + \overrightarrow{B \cdots} = \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{O \cdots} + \overrightarrow{M \cdots} = \overrightarrow{\cdots P}$

$\overrightarrow{A \cdots} + \overrightarrow{D \cdots} + \overrightarrow{M \cdots} = \overrightarrow{AG}$

Exercice 30

ABC est un triangle. Les points D et E sont tels que : $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

1) Faire une figure.

2) Justifier que $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{AB}$.

3) Démontrer que C est le milieu de $[DE]$.

Exercice 31

Exercice 32

Exercice 33

Exercice 34

Exercice 35

Exercice 36

Exercice 37

Exercice 38

Exercice 39

Exercice 40

Exercice 41

Exercice 42

Exercice 43

Exercice 44

Exercice 45

Exercice 46

Exercice 47

Exercice 48

Exercice 49

Exercice 50